

9 Oplossing met regeltechniek.....	1
9.1 Van elektrisch schema naar blokschema	1
9.2 De initiële voorwaarden.....	5
9.3 Het invullen van de matrix.....	7
9.4 Het bewijs dat het blokschema juist is.....	8
9.5 De algemene vorm	10
9.6 Opstellen van de vergelijking wanneer de switch gesloten is.	13
9.7 Hoe brengen we dit in een EXEL sheet?.....	16
9.8 Opstellen van de vergelijking wanneer de switch open is.	18
9.9 Splitsing van hogere order systemen in lagere order systemen.....	21
9.10 Opstellen van de vergelijking voor de spanning over de parallel capaciteit	23

9 Oplossing met regeltechniek

9.1 Van elektrisch schema naar blokschema

In mijn vorig artikel heb ik proberen uit te leggen hoe men de formule die de verhouding van de uitgang (E_o) ten overstaan van de ingang (E_i) kan samenstellen door toepassing van de wetten van Kirckhof. Maar de vraag blijft of er geen algemene methode bestaat om van een schema naar de CANONISCHE VORM te komen.

Dit is mogelijk maar hiervoor moet nog het een en het ander uitgelegd worden in verband met het rekenen met Matrixen.

Een matrix is in feite niets anders dan een mooi gerangschikte vorm van een aantal (N) vergelijkingen met (N) onbekenden, in de vorm van

$$a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 = y_1$$

$$a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 = y_2$$

$$a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + a_{33} \cdot x_3 = y_3$$

Hierin zijn y_1, y_2, \dots, y_n , de gekende waarden, bijvoorbeeld stromen (i), $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{nm}$ de gekende parameters (zoals R, L en C) en x_1, x_2, \dots, x_n bijvoorbeeld spanningen (e_i) de onbekende te zoeken waarden.

Of in matrix vorm:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \text{ of nog korter geschreven } X \cdot A = Y.$$

Als al deze vergelijkingen onafhankelijk van elkaar zijn dan is het steeds mogelijk de (x_n) onbekenden te zoeken.

Ik beperk me tot een 3 X 3 Matrix (drie rijen en drie kolommen) omdat wie deze configuratie beet heeft, al de gevonden regels evengoed kan toepassen op een N X N matrix.

In een elektrisch schema zijn we meestal maar geïnteresseerd in de **verhouding** ($\frac{e_o}{e_i}$) en niet in de

andere tussenliggende spanningen of stromen. En nog iets belangrijk, in een elektrisch schema vloeit er geen stroom (i_o) uit het circuit in de uitgang spanning (e_o). Immers we meten de uitgangsspanning met een voltmeter, die (als het een goede is) een oneindig grote ingangsweerstand heeft.

Maar wat zijn nu de parameters $a_{11}, a_{12} \dots a_{nm}$? Om daar achter te komen nemen we terug een eenvoudig schema zoals afgebeeld in **fig. 1**

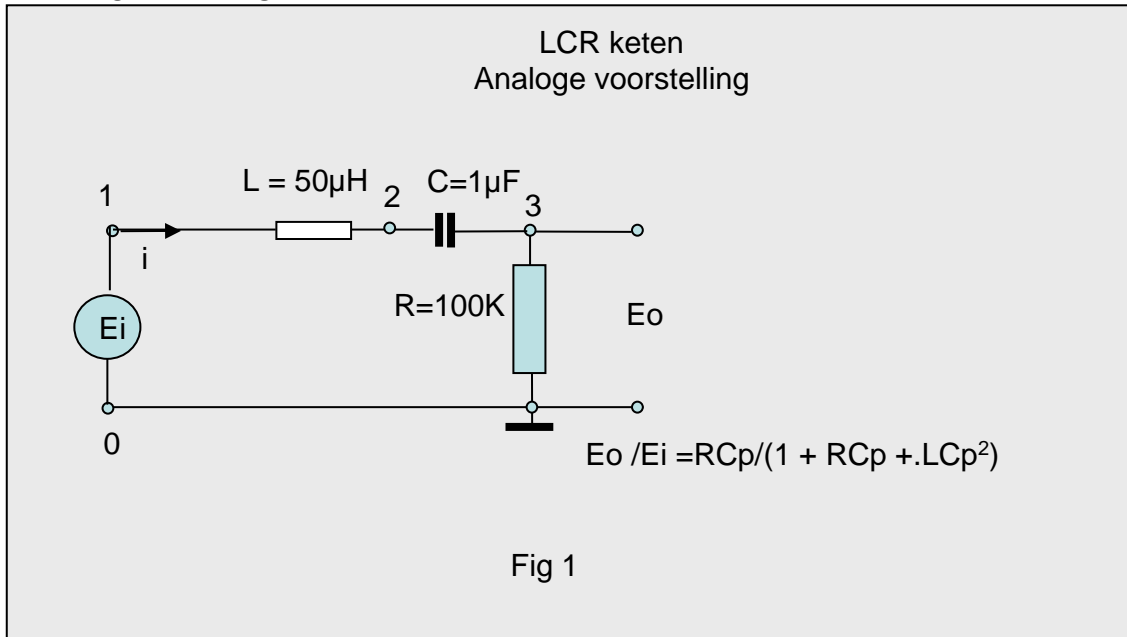


fig. 1

Hierin hebben we knooppunten aangebracht, genummerd van 0 tot 3. Nummer 0 is voorbehouden voor de referentiespanning (hier de grond ofwel 0 Volt referentie).

De andere zijn willekeurig aangebracht maar op elk knooppunt is er een verschillend nummer gekozen. Noteer dat tussen L en C er in feite geen knooppunt in de echte zin van het woord is, en men kan indien gewenst L en C samenvoegen en hiermee een knooppunt uitsparen. Maar om het niet ingewikkeld te maken doen we het dus eenvoudig en zo algemeen mogelijk.

Nu weten we dat $v_1 - v_2 = Lp \cdot i$ of anders geschreven $\frac{v_1}{Lp} - \frac{v_2}{Lp} = i$ (9.1.1) ofwel

$$\frac{v_1}{Lp} - \frac{v_2}{Lp} + 0 = i \quad (9.1.2)$$

Zo ook is $v_2 - v_3 = \frac{i}{Cp}$ of anders geschreven $v_2 \cdot Cp - v_3 \cdot Cp = i$ (9.1.3)

En ook $\frac{v_3}{R} = i$ (9.1.4)

Met (9.1.2) in (9.1.3) bekommen we $v_2 \cdot Cp - v_3 \cdot Cp = \frac{v_1}{Lp} - \frac{v_2}{Lp}$ of nog anders geschreven

$$-\frac{v_1}{Lp} + \frac{v_2}{Lp} + v_2 \cdot Cp - v_3 \cdot Cp = 0 \quad (9.1.5)$$

Met (9.1.4) in (9.1.2) bekomen we $v_2 \cdot Cp - v_3 \cdot Cp = \frac{v_3}{R}$ ofwel

$$0 - v_2 \cdot Cp + v_3 \cdot Cp + \frac{v_3}{R} = 0 \quad (9.1.6)$$

Laten we de formules (9.1.2),(9.1.5) en (9.1.6) nu eens schrijven in een Matrixvorm

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{Lp} & -\frac{1}{Lp} & 0 \\ -\frac{1}{Lp} & \frac{1}{Lp} + Cp & -Cp \\ 0 & -Cp & Cp + \frac{1}{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{wat vergelijkbaar is met} \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

ofwel $[X][A]=[Y]$.

Nu weten we van wat we (normaal) op school (zouden moeten) geleerd hebben, dat we de onbekenden (x_n) kunnen oplossen door de Inverse Matrix te berekenen en deze te vermenigvuldigen met de (y_n) vector of anders bekeken uit $[X][A]=[Y]$ volgt dat $[X]=\frac{[Y]}{[A]}$ of nog anders geschreven

$[X]=[Y][A^{-1}]$ en hierin is A^{-1} de voorstelling van een Inverse Matrix A . Voor meer details zie in de rubriek: wat heb ik op school geleerd.

Het vervelende van deze matrix is dat deze ook de "operator" p bevat waarvan we niet weten wat hij eigenlijk voorstelt. Gelukkig bestaan er moderne computer programma's die zich niks van dit alles aantrekken en symbolische oplossingen geven.

Een van die programs is Maple9.5 (Maar ook Matlab). Spijtig genoeg ondersteunt EXCEL deze symbolische weergave niet. Wel kan men in EXCEL op een eenvoudige wijze een Matrix maken, men reserveert een veld van N bij N cellen en vult daarin de parameters ($a_{11} \dots a_{nn}$) in, de inverse matrix kan men berekenen met de instructie `MINVERSE(a11 .. ann)`. En daarna doet men een matrix vermenigvuldiging met de instructie `MMULT(y1 ..yn, MINVERSE)` en men krijgt een vector met de waarden van ($x_1 \dots x_n$) en het vraagstuk is opgelost.

Een voorbeeld van zo een symbolische matrix uitgerekend met MATLAB is hieronder weergegeven.

```
>> syms s t C L R I;
A=[C*s -C*s 0;-C*s C*s+1/(L*s) -1/(L*s);0 -1/(L*s) 1/(L*s)+1/R]
Y=[i;0;0]
V=inv(A)*Y
V(3)/V(1)
```

A =

$$\begin{bmatrix} C*s, & -C*s, & 0 \\ -C*s, & C*s+1/L/s, & -1/L/s \\ 0, & -1/L/s, & 1/L/s+1/R \end{bmatrix}$$

Y =

1
0
0

V =

$$\frac{1/s*(C*s*R+C*s^2*L+1)/C*I}{(R+L*s)*I}$$
$$R*I$$

ans =

$$R*s/(C*s*R+C*s^2*L+1)*C$$

>>

De verhouding tussen $\frac{v_3}{v_1}$ is dan eenvoudig $\frac{R.C.s}{(R.C.s + LCs^2 + 1)} = \frac{RCp}{1 + RCp + L Cp^2}$ men ziet duidelijk

dat $v_3 = e_o$ en $v_1 = e_i$ zodat we uiteindelijk bekomen $\frac{v_o}{v_i} = \frac{RCp}{1 + RCp + L Cp^2}$ wat ons intussen al zeer

$$a_0 = 0$$

$$a_1 = RC$$

bekend voorkomt. En in canonische vorm $\frac{v_o}{v_i} = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2}$ hierin is

$$a_2 = 0$$

$$b_0 = 1$$

$$b_1 = RC$$

$$b_2 = LC$$

We kunnen dus eenvoudig onze parameters in ons welbekend algemeen blokschema invullen zoals te zien is in **fig. 2**.

Noteer dat hier nog geen rekening is gehouden met de initiële voorwaarden.

9.2 De initiële voorwaarden.

De initiële voorwaarden zijn de spanningen of de stromen die over de componenten staan juist vooraleer de tijd begint. Men moet goed voor ogen houden dat in onze berekeningen we steeds berekeningen doen over een halve of een hele periode, maar dat na het verstrijken van die periode er over de capaciteit een restspanning blijft bestaan zelfs als de voedingspanning afgesloten wordt. Noemen we deze spanning $V_{cs}(0)$. Ook over een spoel blijft er nog een tijdje een spanning bestaan $V_{ls}(0)$. Vermits we weten dat de spanning over een spoel gelijk is aan $V_{ls} = L_s \cdot p \cdot i_s$. Maar als de *stroom* wegvalt is de *spanning* die over de spoel staat tegengesteld aan de *stroom* richting. En op het ogenblik juist vooraleer de stroom wegviel was deze spanning dus gelijk aan $V_{ls}(0) = -L_s \cdot p \cdot i_s(0)$. Noteer het minteken. Een weerstand daarentegen heeft geen energie opgestapeld en daarom zal $V_R(0) = 0$.

Noteer dat ik hier zeer bewust $V_{cs}(0)$ en $V_{ls} = L_s \cdot p \cdot i_s$ neerschrijf en niet de Laplace getransformeerde uitdrukking $\frac{V_{cs}(0)}{p}$ en $L_s \cdot i_s(0)$. Dit komt terug ter sprake in het hoofdstuk Laplace transformatie. Wat

we tot hiertoe weten is dat de restspanning over een capaciteit een spanning is en geen integraal van de restspanning, zo ook is de spanning over een spoel nog altijd $V_{ls} = L_s \cdot p \cdot i_s$. Deze spanningsbronnen staan dus in serie met de capaciteit C_s en ook in serie met de spoel L_s . Nu kunnen we die spanningen vooraan zetten zonder dat er iets aan de berekeningen verandert. Aldus wordt in ons voorbeeld $v_1 = -V_{cs}(0) + L_s \cdot p \cdot i(0)$. We zien ook dat $v_3 = R \cdot i_0$ en als we dit in onze formule invullen dan

bekomen we dat $\frac{v_3}{v_1} = \frac{R \cdot i_0}{-V_{cs}(0) + L_s \cdot p \cdot i(0)} = \frac{RCp}{1 + RCp + LCp^2}$ en na wat algebraïsche bewerkingen dat we uiteindelijk bekomen dat

$$i_0 = \frac{\frac{-V_{cs}(0) \cdot p}{L_s} + p^2 \cdot i(0)}{\frac{1}{LC} + \frac{Rp}{L} + p^2} \text{ of ook } \frac{i_0}{I_{dc}} = \frac{\frac{-V_{cs}(0) \cdot p}{L_s \cdot I_{dc}} + \frac{i(0) \cdot p^2}{I_{dc}}}{\frac{1}{LC} + \frac{Rp}{L} + p^2}$$

Vermits de meeste lezers het programma MATLAB niet op hun computer hebben zal ik later deze berekeningen, weliswaar iets gewijzigd, terug uitvoeren zodanig dat dit door een EXEL programma kan behandeld worden.

Jaren heb ik gezocht naar een methode om op een eenvoudige manier vanuit het blokschema van een circuit rechtstreeks deze verhouding te kunnen bekomen. Spijtig genoeg heb ik het niet gevonden, en blijft er voor een elektronica liefhebber toch nog steeds een soms frustrerende algebraïsche manipulatie nodig om tot het gewenste resultaat te komen. Noteer dat alle boeken over regeltechniek ervan uit gaan dat je deze oplossing gevonden hebt, en van hieruit beginnen dan de formuleringen die algemeen toegepast worden in de regeltechniek. Volgens mij een schromelijk tekort. Slechts in één boek namelijk Modern Control Systems van Richard C. Dorf en Robert H. Bishop vind ik een paar regels die vermelden dat men kan gebruik maken van de "Mason's signal-flow gain formula" maar dat deze regels geweldig moeilijk te handhaven zijn als het circuit er iets moeilijker uitziet dan een eenvoudige serie-RLC circuit. Daarom dat ook ik niets vermeldt van de weliswaar juiste maar moeilijk te interpreteren regels van Mason.

Noteer de uitdrukking $\frac{i_0}{I_{dc}} = \frac{\frac{-V_{cs}(0) \cdot p}{L_s \cdot I_{dc}} + \frac{i(0) \cdot p^2}{I_{dc}}}{\frac{1}{LC} + \frac{Rp}{L} + p^2}$ niet van de vorm is $\frac{v_o}{v_i} = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2}$ tenzij

men aanneemt dat $a_0, a_1, a_2 = 0$ maar dan zal v_0 steeds gelijk aan 0 zijn, tenzij ook $v_i = 0$ want dan is $\frac{v_o}{v_i} = \frac{0}{0} = \text{ongedefinieerd}$ en dat is precies wat hier gebeurt. Het blijkt dat hierdoor $a_0 = 1$ en alle

andere $a_n = 0$ zodat de uitdrukking wordt $\frac{i_0}{I_{dc}} = \frac{1}{\frac{1}{LC} + \frac{Rp}{L} + p^2} + \frac{\frac{-V_{cs}(0) \cdot p}{L_s \cdot I_{dc}} + \frac{i(0) \cdot p^2}{I_{dc}}}{\frac{1}{LC} + \frac{Rp}{L} + p^2}$

Dat dit juist is volgt uit het blokschema, maar men moet bedenken dat de initiële voorwaarden in feite betekent dat men ergens in de tijd begint en dat gedurende de voorgaande geschiedenis de registers in het integrator blok $\frac{1}{p}$ een uitdrukking is van $\int X = \int X \cdot dx + X_{voor}$ en dat juist $X_{voor} = X(0)$. Met andere woorden dit is de toestand van het register op het tijdstip juist vooraleer de tijd begint te lopen.

Wanneer we nu terug naar het algemeen blokschema kijken dan zien we dat $X \cdot p^2 = (0 - b_1 \cdot (X + X(0))p - b_0 \cdot (X + X(0))) \frac{1}{b_2}$ en hieruit volgt dat

$$X \cdot p^2 \cdot b_2 + b_1 \cdot X \cdot p + b_0 = X(0) \cdot p + X(0) \text{ en uiteindelijk } X = \frac{X(0) \cdot p + X(0)}{p^2 \cdot b_2 + b_1 \cdot p + b_0}$$

Maar we moeten ook realiseren dat $X = X \cdot p^2 \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{p}$ wat eigenlijk niets anders zegt dat tweemaal

$X \cdot p^2$ integreren met X geeft. Nu is $E_o = X \cdot a_0$ en dus als $a_0 = 1$ bekom ik de verlangde uitkomst.

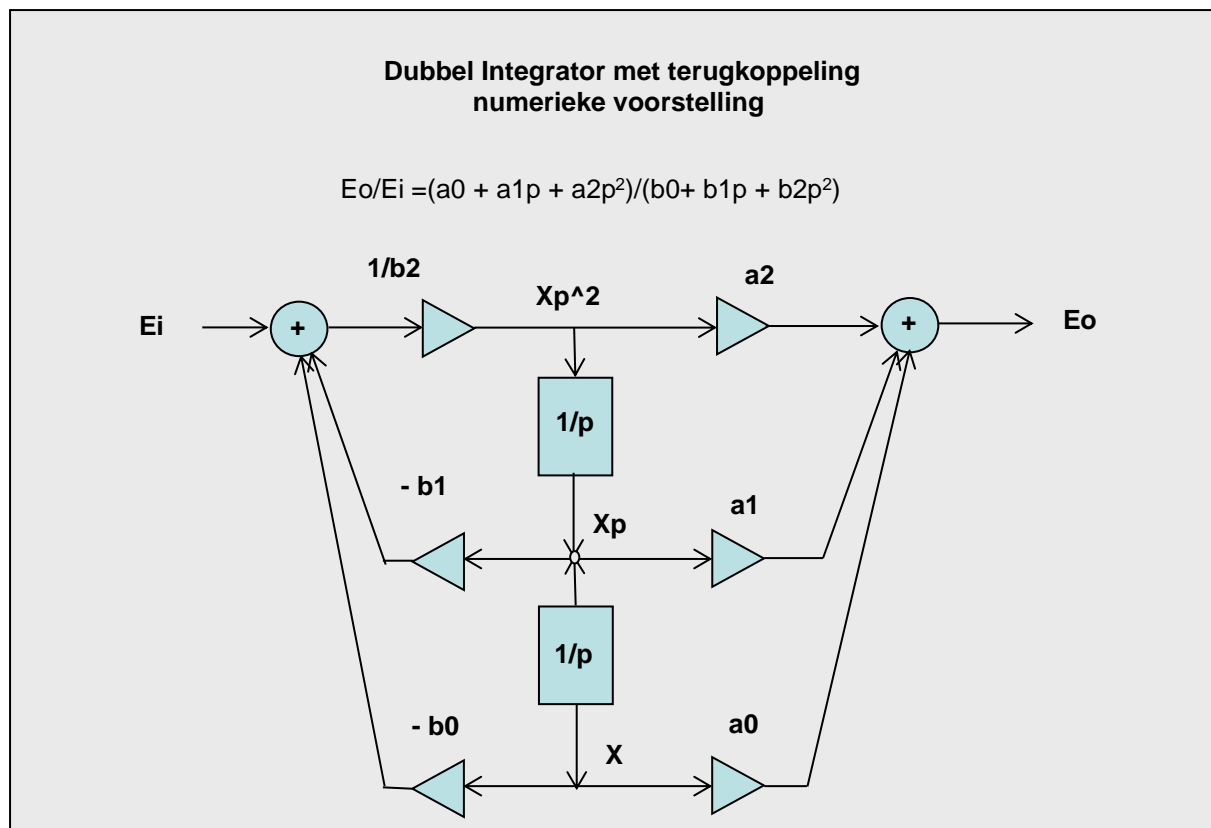


fig. 2

9.3 Het invullen van de matrix

Hoe kunnen we vanuit het bekijken van de schakeling, rechtstreeks onze Matrix invullen?

Door de volgende eenvoudige regels toe te passen vinden we rechtstreeks wat we moeten neerschrijven op de plaatsen a_{nn} .

1°- De grootte (of de orde) van de Matrix A is gelijk aan het aantal knooppunten. In ons voorbeeld zijn er 3 knooppunten daarom hebben we een 3 X 3 Matrix nodig.

2°- De x_n elementen van de x-vector bestaat uit de spanningen $v_1, v_2 \dots v_n$, welke de spanning aanduiden op het knooppunt n .

3°- De nummering van de elementen a_{nn} is als volgt: De eerste n bepaald de rij, en de tweede n de kolom. Dus a_{23} is dus het element op de tweede rij en in de derde kolom.

4°- Op de plaatsen waar de n -index van de rij gelijk is aan n -index van de kolom, dus op de plaatsen a_{11} , a_{22} en a_{33} worden alle omgekeerde van de impedantie van de elementen die aan dat knooppunt komen met elkaar opgeteld. Hier bedoel ik mee dat R wordt $1/R$, Lp wordt $1/Lp$ en $1/Cp$ wordt Cp . Spanningsbronnen en stroombronnen worden kortgesloten.

Men ziet dat op knooppunt 1 alleen Lp verbonden is, en dus op a_{11} wordt $1/Lp$ ingevuld. Op knooppunt 2 daarentegen zijn de impedanties Lp en $1/Cp$ verbonden, daarom vul ik in op locatie a_{22} de volgende elementen: $1/Lp + Cp$. (Noteer dit is **geen** serie schakeling van de elementen L en C , hier worden veel fouten tegen gemaakt bij beginners!) (Noteer het omgekeerde van de impedanties)

5°- op alle andere **omliggende** knooppunten wordt de negatieve som van de toekomstige elementen geplaatst. Dus op knooppunt a_{12} komt dan $-1/Lp$ omdat tussen knooppunt 1 en 2 alleen het element Lp

staat. Zo ook op het knooppunt a_{21} komt $-1/Lp$ te staan. Op de plaats a_{13} daarentegen komt 0 omdat dit geen **omliggend** element is vermits er nog een knooppunt 2 tussen staat.

6°- De y_n elementen in de y -vector komen overeen met de som van de stromen in dat knooppunt n . In knooppunt 1 bijvoorbeeld komt er een stroom i uit de bron e_i , maar in knooppunt 2 is de som van de stromen $i + (-i) = 0$, zo ook op knooppunt 3 is de stroom die uit C komt gaat volledig door de weerstand R . Hier ook is dus $i + (-i) = 0$.

Men kan eenvoudig nagaan dat het uitschrijven van de Matrix terug de formules (4),(5) en (6) opleveren.

9.4 Het bewijs dat het blokschema juist is

Nu kunnen we onze bekomen formule ook anders schrijven namelijk

$$v_o \cdot (1 + RCp + LCP^2) = v_i \cdot RCp \text{ of zeer algemeen } v_o \cdot (b_0 + b_1p + b_2p^2) = v_i \cdot (a_0 + a_1p + a_2p^2)$$

$$\text{Veronderstellen we nu dat } v_o = x \cdot (a_0 + a_1p + a_2p^2) \quad (9.4.1)$$

$$\text{en } v_i = x \cdot (b_0 + b_1p + b_2p^2) \quad (9.4.2)$$

dan is nog steeds $\frac{v_o}{v_i} = \frac{x \cdot (a_0 + a_1p + a_2p^2)}{x \cdot (b_0 + b_1p + b_2p^2)} = \frac{a_0 + a_1p + a_2p^2}{b_0 + b_1p + b_2p^2}$ wat onze canonische vorm is

$$\text{we kunnen (1) ook schrijven als } v_o = x \cdot a_0 + a_1 \cdot x \cdot p + a_2 \cdot x \cdot p^2 \quad (9.4.3)$$

en (2) kunnen we schrijven als

$$v_i - x \cdot b_0 - x \cdot b_1 p = x \cdot b_2 p^2$$

$$\text{ofwel } \frac{v_i}{b_2} - \frac{x \cdot b_0}{b_2} - \frac{x \cdot b_1 p}{b_2} = x \cdot p^2 \quad (9.4.4)$$

Nu kunnen we (9.4.3) en (9.4.4) ook neerschrijven in een matrix vorm, namelijk

$$\begin{bmatrix} x \cdot p \\ x \cdot p^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{b_0}{b_2} & -\frac{b_1}{b_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ x \cdot p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{b_2} \end{bmatrix} \cdot v_i \quad (9.4.5)$$

en

$$v_o = [a_0 \quad a_1 \quad a_2] \begin{bmatrix} x \\ x \cdot p \\ x \cdot p^2 \end{bmatrix} \quad (9.4.6)$$

Rekenen we deze Matrix eens uit, dan bekomen we;

De bovenste rij geeft $x \cdot p = x \cdot 0 + x \cdot p + v_i \cdot 0 = x \cdot p$ wat de evidentie zelf is.

De volgende rij geeft $x \cdot p^2 = -\frac{x \cdot b_0}{b_2} - \frac{x \cdot b_1 \cdot p}{b_2} + \frac{v_i}{b_2}$ wat precies hetzelfde is als (9.4.4)

maar ook dat

$$x \cdot p^2 = \frac{1}{b_2} (e_i - b_1 \cdot x \cdot p - b_0 \cdot x)$$

of anders geschreven

$$e_i = b_0 \cdot x + b_1 \cdot x \cdot p + b_2 \cdot x \cdot p^2$$

Bekijken we het onderstaande blokdiagram dan zien we als $x \cdot p^2 \cdot 1/p = x \cdot p$ en ook $x \cdot p \cdot 1/p = x$ wat nogal logisch is dan krijgen we als we (9.4.6) uitwerken, dat

$$e_o = x \cdot a_0 + x \cdot a_1 p + x \cdot a_2 p^2 \quad \text{wat precies hetzelfde is als (9.4.3)}$$

en dit geeft opnieuw

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{x \cdot (a_0 + a_1 p + a_2 p^2)}{x \cdot (b_0 + b_1 p + b_2 p^2)} = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2} \quad \text{onze canonische vorm.}$$

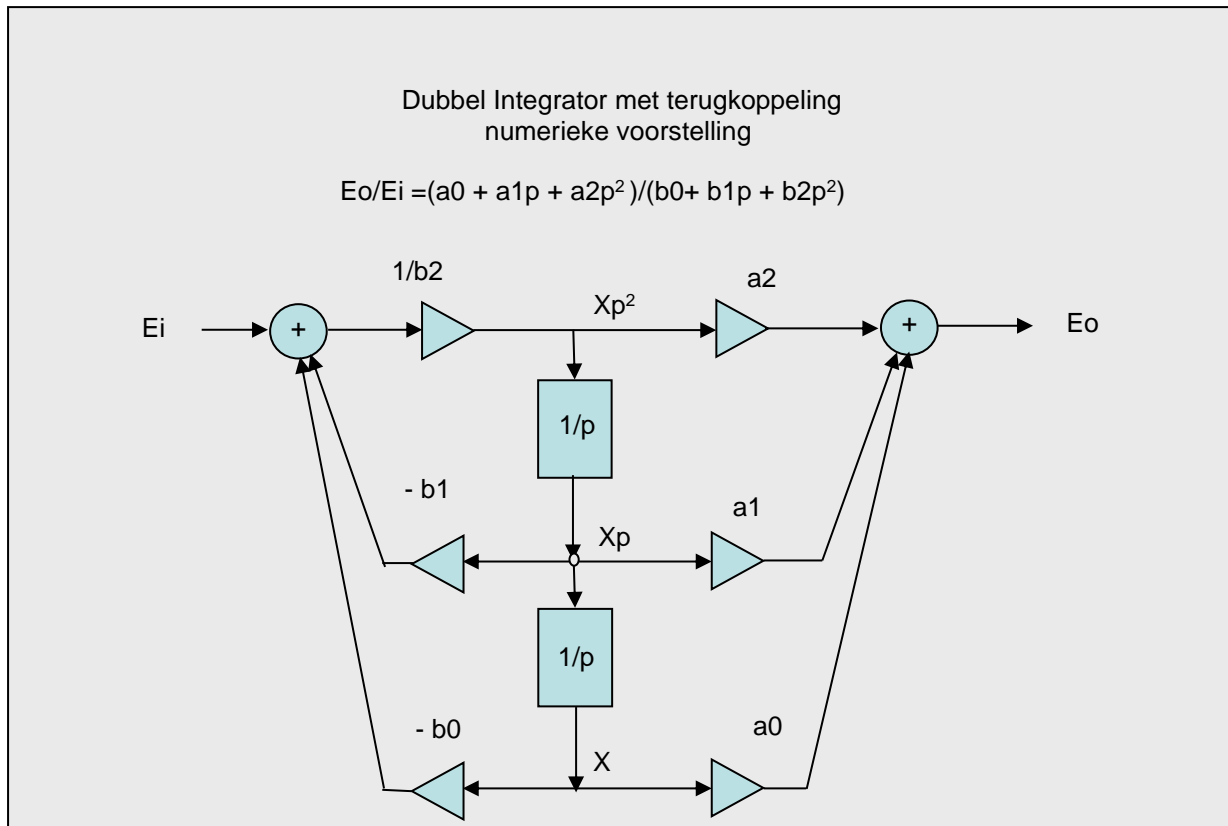


fig. 3

Hier is dus overduidelijk aangetoond dat ons blokdiagram volledig overeenkomt met onze gevonden polynomial.

Deze formule voor 3 knooppunten is zo algemeen dat dit ook uitgebreid kan worden naar gelijk welk circuit met N knooppunten.

Men ziet ook duidelijk dat alle voorgaande oefeningen op een en dezelfde manier kunnen opgelost worden, en het laat het vermoeden ontstaan dat een (knap) VISUAL BASIC programma de klus voor ons moet kunnen klaren, indien we als parameters de inductanties, capaciteiten en weerstanden alsook de stroom- en spanningsbronnen opgeven, en de locatie tussen welke knooppunten deze elementen zich bevinden.

Maar opdat ook hier de ondervinding mij leert dat niet iedereen Visual Basic op zijn computer heeft staan, laat staan in Visual Basic kan programmeren, heb ik al deze formules omgezet in EXCEL

programma's die met wat inspanning door iedereen kan begrepen worden.

Noteer dat dit geen analytische oplossing is, maar wel een numerieke benadering. Met andere woorden, we moeten de waarde van de componenten kennen.

Later zal ik hier op terugkomen en dat men in de industrie veelal verkiest een programma duizenden malen te laten lopen met alle mogelijke combinaties van de componenten dan het oplossen op een analytische manier. De numerieke methode is een benaderende methode maar steeds oplosbaar, daartegenover vindt men met de analytische methode een enige oplossing maar komt men tot de vaststelling dat deze soms niet op te lossen is. Zij is volledig gebaseerd op de Laplace Transformatie. Later meer hierover.

9.5 De algemene vorm

Wanneer we terug de formules (9.4.4) en (9.4.5) bekijken is het probleem dat we $x, xp \dots xp^n$ moeten kunnen oplossen vooraleer we e_o kunnen berekenen. Schijnbaar zijn we met deze vorm nog geen stap dichterbij gekomen. Weerom moeten we onze leerboeken raadplegen. In de rubriek "Wat heb ik op school geleerd" geef ik terug een kleine heropfrissing.

In (9.4.4) zien we
$$\begin{bmatrix} x.p \\ x.p^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -b_0 & -b_1 \\ -b_2 & -b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ x.p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ b_2 \end{bmatrix} \cdot v_i$$
 .Nu is er een relatie tussen

$\begin{bmatrix} x \\ x.p \end{bmatrix}$ en $\begin{bmatrix} x.p \\ x.p^2 \end{bmatrix}$ namelijk $\begin{bmatrix} x \\ x.p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot p = \begin{bmatrix} x.p \\ x.p^2 \end{bmatrix}$ en hierin herkennen we $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$ als

zijnde een EenheidsMatrix (Een Matrix met allemaal nullen behalve op de diagonaal lijn waar het allemaal enen zijn) en aldus kunnen we algemeen schrijven dat $X.I.p = Xp$

Ook nog vermits $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$ een eenheidsmatrix is, is $p.I = \begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix}$

Noemen we in (9.4.4) de matrix $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -b_0 & -b_1 \\ -b_2 & -b_2 \end{bmatrix} = A$ en $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ b_2 \end{bmatrix} = B$ dan kunnen we algemeen schrijven

$p.X = A.X + B.v_i$ en met $p.X.I = Xp$ volgt $p.X.I = A.X + B.v_i$ of ook

$$X(p.I - A) = B.v_i$$

$$X = \frac{B.v_i}{(p.I - A)}$$

$$X = B.v_i.(p.I - A)^{-1}$$

en vermits alle paramaters van de matrix A en B gekend zijn kunnen we een uitdrukking vinden voor X .

Zo ook in (9.4.5) noemen we $[a_0 \ a_1 \ a_2] = C$ dan wordt $v_o = C.X$ en invullen van X

$$v_o = C.B.v_i.(p.I - A)^{-1}$$

geeft me
$$\frac{v_o}{v_i} = C.B.(p.I - A)^{-1}$$

En vermits alle parameters van C gekend zijn kunnen we een uitdrukking voor $\frac{v_o}{v_i}$ vinden.

Voor nog meer algemenere uitdrukkingen met elektronische circuits met meer dan één ingang en meerdere uitgangen en rechtstreekse verbindingen tussen ingang en uitgang verwijs ik naar zeer interessante boeken over Regeltechniek.

Noteer dat A een matrix is zonder de vervelende p parameter erin. Dat $(p.I - A)$ niets anders is dan de som van 2 matrixen welke opnieuw een andere matrix vormen en dat $(p.I - A)^{-1}$ de Inverse Matrix is van $(p.I - A)$, en dat is niet hetzelfde als $\frac{1}{(p.I - A)}$. In Matrixleer gelden nu eenmaal andere regels.

Herhaal hiervoor "Wat heb ik op school geleerd".

WAT HEB IK OP SCHOOL GELEERD

De definitie van een Inverse Matrix (A^{-1}) is in feite een andere Matrix, maar wanneer ik deze nieuwe Matrix met de oorspronkelijke Matrix (A) vermenigvuldig bekom ik een Eenheids Matrix (I) of anders geschreven $A \cdot A^{-1} = I$

Nu is de kunst om met deze definitie de nieuwe Matrix A^{-1} te vinden.

Laten we dit toepassen met een 3 X 3 Matrix

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ hierin is } \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \text{ de Matrix } A, \text{ en}$$
$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{bmatrix} \text{ de te zoeken inverse Matrix } A^{-1}$$

Ofwel deze Matrix uitgewerkt

$$\begin{bmatrix} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot y_1 + a_{13} \cdot z_1 & a_{11} \cdot x_2 + a_{12} \cdot y_2 + a_{13} \cdot z_2 & a_{11} \cdot x_3 + a_{12} \cdot y_3 + a_{13} \cdot z_3 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot y_1 + a_{23} \cdot z_1 & a_{21} \cdot x_2 + a_{22} \cdot y_2 + a_{23} \cdot z_2 & a_{21} \cdot x_3 + a_{22} \cdot y_3 + a_{23} \cdot z_3 \\ a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot y_1 + a_{33} \cdot z_1 & a_{31} \cdot x_2 + a_{32} \cdot y_2 + a_{33} \cdot z_2 & a_{31} \cdot x_3 + a_{32} \cdot y_3 + a_{33} \cdot z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Daaruit volgt

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot y_1 + a_{13} \cdot z_1 &= 1 & a_{11} \cdot x_2 + a_{12} \cdot y_2 + a_{13} \cdot z_2 &= 0 & a_{11} \cdot x_3 + a_{12} \cdot y_3 + a_{13} \cdot z_3 &= 0 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot y_1 + a_{23} \cdot z_1 &= 0 & a_{21} \cdot x_2 + a_{22} \cdot y_2 + a_{23} \cdot z_2 &= 1 & a_{21} \cdot x_3 + a_{22} \cdot y_3 + a_{23} \cdot z_3 &= 0 \\ a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot y_1 + a_{33} \cdot z_1 &= 0 & a_{31} \cdot x_2 + a_{32} \cdot y_2 + a_{33} \cdot z_2 &= 0 & a_{31} \cdot x_3 + a_{32} \cdot y_3 + a_{33} \cdot z_3 &= 1 \end{aligned}$$

Dit zijn negen vergelijkingen met negen onbekenden, deze onbekenden zijn;

$$\begin{aligned} &x_1 & x_2 & x_3 \\ \cdot &y_1 & y_2 & y_3 \\ &z_1 & z_2 & z_3 \end{aligned}$$

en dus oplosbaar met de normale regels voor het oplossen van determinanten (bijvoorbeeld de regel van Cramer) of met de LU decompositie voor het oplossen van 3 vergelijkingen met 3 onbekenden. Dit geeft me dan x_1, y_1 en z_1 uit de 3 eerst vergelijkingen, zo ook x_2, y_2 en z_2 uit de 3 volgende vergelijkingen ten slotte x_3, y_3 en z_3 uit de 3 laatste vergelijkingen. Deze oplossingen vullen we dus in, en het resultaat is onze te zoeken Inverse Matrix.

Begrijpelijk dat dit veel eenvoudiger is als men de numerieke waarden invult in plaats van de symbolische waarden a_{nn} .

EXCEL, MAPLE9.5, MATLAB en nog andere programma's ondersteunen deze functies, maar een zeer interessant boek namelijk "Numerical recipes in C, the art of science computing" van William H. Press en

Co, ISBN 0 521 43108 5 geeft verschillende programma's in C die dan kunnen overgenomen worden in bv. Een Visual Basic Programma.

Het vervelende van al deze Matrixen is dat ze componenten bevatten met de operator p of $\frac{1}{p}$ en EXEL kan daar niet mee werken. In EXEL zijn we verplicht alleen numerieke waarden in te vullen. Maar uit het blokschema zien we dat de parameters a_0, a_1, a_2 en b_0, b_1, b_2 wel numerieke waarden zijn, en dat in het blokschema alles herleid is tot het vermenigvuldigen van $\frac{1}{p}$. Nu weten we dat $\frac{1}{p}$ gelijk is aan een integraal. Maar we hebben gezien als we de tijd t in zeer kleine stapjes (Δt) laten opschuiven dat we met de trapezium regel deze integraal kunnen oplossen. Zij is immers niets meer dan $I_{(n)} = I_{(n-1)} + \frac{(y_{(n-1)} + y_{(n)})\Delta t}{2}$ of in woorden: de integraal is niets anders dan de som van alle kleine trapezijs waarvan de hoogten $y_{(n-1)}$ en $y_{(n)}$ zijn en de basis Δt . De oppervlakte van een trapezium is niets anders dan $\left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right)b$ of in onze notaties $\Delta I_{(n)} = \frac{(y_{(n-1)} + y_{(n)})\Delta t}{2}$ en het bijhouden van de totale som wordt uitgevoerd door de laatste bijgekomen oppervlakte bij te tellen bij het vorige totaal, of in onze notatie $I_{(n)} = I_{(n-1)} + \Delta I_{(n)}$. En deze acties zijn berekeningen die EXEL wel kan. Het komt er dus op aan om vanuit ons schema een vorm te vinden, die we de canonische vorm noemen, die kan geschreven worden als $\frac{e_o}{e_i} = \frac{a_0 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2 + \dots}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2 + \dots}$. Maar ook, en dat is even voornaam, dat we ook de waarden van $X, X \cdot p$ en $X \cdot p^2 \dots$ kunnen invullen. Ook hier zullen we iets moeten vinden om de operator p en p^2 weg te werken. De initiële waarden van $X, X \cdot p$ en $X \cdot p^2 \dots$ hebben betrekking op de initiële waarden van de registers, namelijk wat is $I_{(n)}$ op het tijdstip $t = 0$ of op het tijdstip dat $t = \pi$. Natuurlijk als we de switch van onze zender aanzetten zal $i_o(0) = 0$, maar daarin zijn we niet geïnteresseerd. Veel belangrijker is het te weten op het ogenblik dat alles zich in regime toestand bevindt en al 1000 of meer periodes, of na 20us en meer periodes voorbij zijn. Het komt er dus op aan te weten te komen wat de spanning $V_{cs}(0)$ en $V_{cs}(\pi)$ is alsook $i_o(0)$ en $i_o(\pi)$. En dat is niet eenvoudig. Meer nog het blijkt dat we aan SOLVER zullen moeten vragen om de beste oplossing te zoeken opdat de spanning en de stroom gedurende de overgang tussen het openen van de switch (op tijdstip π) en bij het sluiten van de switch (op tijdstip 2π) continu zou verlopen.

9.6 Opstellen van de vergelijking wanneer de switch gesloten is.

Gedurende de tijd $t = 0$ tot $t = \pi$ is de switch gesloten en het blokschema ziet er uit zoals in **fig. 4**. Laten we daarom eerst eens proberen of we vanuit het schema met de algemeen vooropgestelde regels tot de canonische vorm geraken.

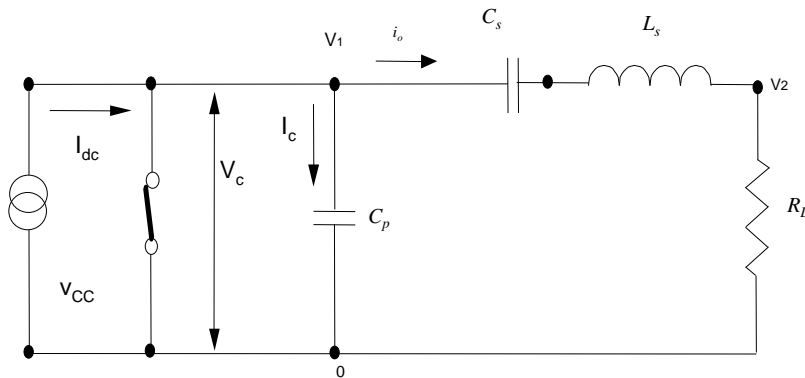


fig. 4

Met de algemene regels toegepast op ons schema bekommen we de volgende Matrix

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{C_s \cdot p}{1 + L_s \cdot C_s \cdot p^2} & \frac{-C_s \cdot p}{1 + L_s \cdot C_s \cdot p^2} \\ \frac{-C_s \cdot p}{1 + L_s \cdot C_s \cdot p^2} & \frac{-C_s \cdot p}{1 + L_s \cdot C_s \cdot p^2} + \frac{1}{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Noteer dat $Z = \frac{1}{C_s \cdot p} + L_s \cdot p = \frac{1 + C_s \cdot L_s \cdot p^2}{C_s \cdot p}$ en daaruit volgt $\frac{1}{Z} = \frac{C_s \cdot p}{1 + C_s \cdot L_s \cdot p^2}$. Tegen deze

eenvoudige berekening worden er veel fouten gemaakt!!!

Men ziet hierin ook duidelijk dat $V_2 = R \cdot i_0$, maar wat in het geheel niet zo duidelijk is dat is dat $V_1 = -V_{cs}(0) + L_s \cdot p \cdot i_0(0)$ waarin $V_{cs}(0)$ de spanning is over de capaciteit C_s op het tijdstip $t=0$ en $-L_s \cdot p \cdot i_0(0)$ de spanning over de inductantie L_s op het tijdstip $t=0$. We mogen deze spanningen gerust verschuiven naar voor en dan deze spanningen eenvoudig bij elkaar optellen. Immers een elektronisch circuit, wanneer we niet geïnteresseerd zijn in de tussenliggende spanningen of stromen (tussen twee knooppunten) we deze gerust van plaats mogen verwisselen. Deze uitdrukking echter bepaalt de initiële spanning op het punt V_1 . Dit is een cruciaal punt dat in de meeste leerboeken compleet vergeten wordt, en zij die het behandelen er zich veel te gemakkelijk komaf mee maken door te stellen dat de initiële voorwaarden er nog moeten bijgevoegd worden.

Natuurlijk is $V_1 = 0$ voor de berekening van de spanning over de capaciteit C_p maar voor de berekening van de spanning over C_s is juist na de tijd $t = 0$ $V_{cs} = V_{cs}(0) + \frac{1}{C_s} \cdot I(0) \cdot \Delta t$ en zo ook is

$$I_0 = I(0) + \frac{(V_{cs}(0) - R \cdot I(0)) \cdot \Delta t}{L_s}$$

Uitwerking van de eerste lijn van de Matrix geeft ons dat

$$(V_1 - V_2) \cdot \frac{C_s \cdot p}{1 + C_s L_s \cdot p^2} = i_o \text{ of verder uitgewerkt met invulling van } V_2 = R \cdot i_o \text{ bekomen we}$$

$$V_1(C_s \cdot p) = i_o(R \cdot C_s \cdot p + 1 + C_s L_s \cdot p^2)$$

en met invulling van $V_1 = -V_{cs}(0) + L_s \cdot p \cdot i_o(0)$ volgt dat

$$(-V_{cs}(0) + L_s \cdot p \cdot i_o(0))(C_s \cdot p) = i_o(R \cdot C_s \cdot p + 1 + C_s L_s \cdot p^2)$$

waaruit volgt met wat algebraïsche bewerkingen dat

$$\left(\frac{-V_{cs}(0) \cdot p}{L_s} + i_o(0) \cdot p^2 \right) = i_o \left(\frac{1}{C_s L_s} + \frac{R \cdot p}{L_s} + p^2 \right) \text{ of eindelijk}$$

$$i_o = \frac{\left(\frac{-V_{cs}(0) \cdot p}{L_s} + i_o(0) \cdot p^2 \right)}{\left(\frac{1}{C_s L_s} + \frac{R \cdot p}{L_s} + p^2 \right)} \quad (9.6.1)$$

Noteer dat in deze vergelijking we niet de verhouding $\frac{i_o}{I_{dc}}$ gevonden hebben omdat op dit ogenblik I_{dc} kortgesloten is door de switch, maar deze stroom vloeit wel degelijk door de switch.

Maar we kunnen gerust schrijven dat $\frac{i_o}{I_{dc}} = \frac{\left(\frac{-V_{cs}(0) \cdot p}{L_s \cdot I_{dc}} + \frac{i_o(0) \cdot p^2}{I_{dc}} \right)}{\left(\frac{1}{C_s L_s} + \frac{R \cdot p}{L_s} + 1 \cdot p^2 \right)}$

En deze uitdrukking is van de vorm;

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{X(0) \cdot p + X(0) p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2} \text{ waarin } \begin{aligned} X(0) \cdot p &= \frac{-V_{cs}(0) \cdot p}{L_s \cdot I_{dc}} & b_0 &= \frac{1}{L_s \cdot C_s} \\ X(0) \cdot p^2 &= \frac{i_o(0) \cdot p^2}{I_{dc}} & b_1 &= \frac{R}{L_s} \\ & & b_2 &= 1 \end{aligned}$$

Nu moeten we, omdat we alleen numerieke waarden kunnen invullen, nog verlost geraken van p en p^2 in de uitdrukkingen $X(0) \cdot p$ en $X(0) \cdot p^2$. Dit betekent dat we $X(0) \cdot p$ moeten vermenigvuldigen met

$\frac{1}{p}$ of eenmaal integreren om $\frac{-V_{cs}(0)}{L_s \cdot I_{dc}}$ over te houden dat betekent dat we in register $X.p$ deze waarde moeten invullen. Zo ook moeten we $X(0).p^2$ tweemaal integreren, of vermenigvuldigen met $\frac{1}{p} \cdot \frac{1}{p}$ zodat in X de waarde $\frac{i_0}{I_{dc}}$ kan ingevuld worden.

Uit de begin voorwaarden weten we dat $i_o(0) = -I_{dc}$, zodat we kunnen besluiten dat

$$X(0) = -1 \quad (9.6.2)$$

maar van $V_{cs}(0)$ weten we niets alleen moet deze waarde hetzelfde zijn als $V_{cs}(2.\pi)$. Met andere woorden de spanning over deze capaciteit moet na een volledige periode terug dezelfde waarde hebben anders zou het signaal niet een continu verloop hebben.

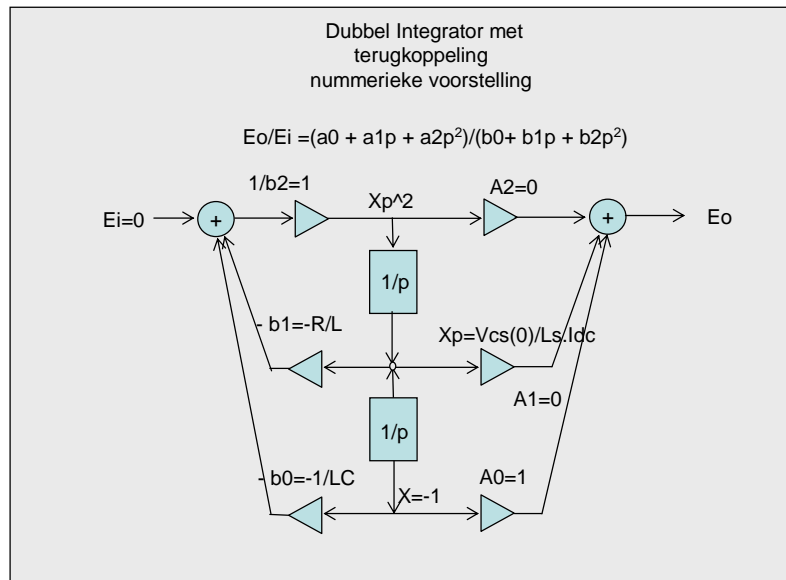


fig. 5

9.7 Hoe brengen we dit in een EXEL sheet?

Vooreerst delen we de tijd tussen 0 en π in N gelijke delen. Met N gelijk aan 90 krijgen we dus een berekening na iedere $\Delta t = \frac{180-0}{90} = 2^\circ$ of in radialen uitgedrukt $\Delta t = \frac{\pi-0}{90} = 0.0349rad$ wat meer dan voldoende nauwkeurig is. Noteer numerieke berekeningen zijn steeds benaderende oplossingen, en nooit exacte oplossingen. Maar indien je denkt dat de nauwkeurigheid beter moet zijn dan kan men

gerust het aantal stappen in uw EXEL-sheet uitbreiden met N gelijk te stellen aan 180, 360 of gelijk welk ander getal.

Daarnaast maakt men verschillende kolommen welke het punt Xp^2, Xp en X gaan uitrekenen.

Op de eerste cel onder kolom Xp vullen we de initiële waarde $X(0)p$ in, en zo ook in de eerste cel onder kolom X vullen we $X(0)$ in.

Het zou kunnen dat we deze waarde niet kennen, dan vullen we daar een benaderende waarde in. Het kan best zijn dat we aan SOLVER moeten vragen om deze waarde aan te passen zodat de voorwaarden kloppen.

We reserveren cellen waarin we de waarden $a_0 = \frac{1}{L_s \cdot C_s}$, $a_1 = \frac{R}{L_s}$ en $a_2 = 1$ invullen alsook

$$b_0 = \frac{1}{L_s \cdot C_T}, b_1 = \frac{R}{L_s} \text{ en } b_2 = 1$$

Het is de bedoeling dat we een oplossing moeten zoeken voor al deze elementen en dat betekent dat we de exacte waarden hiervan niet kennen maar daarom vullen we hierin de benaderende waarden in die we gevonden hebben met onze algebraïsche formules zoals uiteengezet in paragraaf 2 “eerste benaderende berekeningen”

Ook hier zullen we beroep doen op SOLVER om deze waarden aan te passen zodat we een optimale oplossing bekomen. Hiervoor echter moeten we nog de randvoorwaarden invullen. Deze randvoorwaarden zijn:

1-:

Op tijdstip $t = 0$ wordt de switch gesloten, en het is de bedoeling dat op dat ogenblik er geen stroom door de switch mag vloeien. Nog anders uitgedrukt, de spanning over de capaciteit $V_{c_p} = 0$ zodat de

switch geen spanning kortsluit. Gevolg is dat $I_{dc} = -i_o$. Vermits $I_{dc} = \frac{P}{V_{cc}}$ kan deze waarde ingevuld

worden.

2-:

Over de spanning $V_{cs}(0)$ weten we niets alleen moet deze waarde hetzelfde zijn als $V_{cs}(2\pi)$. Met andere woorden de spanning over deze capaciteit moet na een volledige periode terug dezelfde waarde hebben anders zou het signaal niet een continu verloop hebben. Om dit in te vullen moeten we dus ook het verloop van de signalen kennen gedurende de periode tussen π en 2π . En dit wordt behandeld in een volgende paragraaf. De spanning $V_{L_s} = L_s \cdot p \cdot i_o$ en wetende dat $I_{dc} = -i_o$ op tijdstip $t = 0$ wordt $V_{L_s} = -L_s \cdot p \cdot I_{dc}$.

De cel onder kolom Xp^2 vullen we in met de volgende formule $X \cdot p^2 = \frac{(e_i - X \cdot b_0 - Xp \cdot b_1)}{b_2}$. Dat dit zo

is kunnen we eenvoudig uit het blokschema van **fig. 5** halen.

Nu is de volgende cel onder Xp eigenlijk niets anders dan de integraal van Xp^2 , immers $X \cdot p = X \cdot p^2 \cdot \frac{1}{p}$

en $\frac{1}{p}$ is een operator die de voorstelling is van een integratie. Nu is een numerieke integratie met de

trapezium regel niets anders dan $I_{(n)} = I_{(n-1)} + \frac{(y_{(n-1)} + y_{(n)}) \Delta t}{2}$ zoals in de vorige paragraaf is

uitgelegd. Indien we bijvoorbeeld Xp^2 in kolom B hadden ingevuld en Xp in kolom C , dan vullen we in de volgende cel onder Xp het volgende in $= C_{n-1} + \frac{(B_{n-1} + B_n) \Delta t}{2}$.

Hetzelfde doen we in de volgende kolom X welke op analoge manier de integraal is van Xp . Immers ook hier is $X = X \cdot p \cdot \frac{1}{p}$, en indien bijvoorbeeld X in kolom D wordt ingevuld dan vullen we in de volgende

cel onder Xp het volgende in $= D_{n-1} + \frac{(C_{n-1} + C_n) \Delta t}{2}$.

Uiteindelijk is dan $e_o = X \cdot a_0 + Xp \cdot a_1 + Xp^2 \cdot a_2$ welke bijvoorbeeld in kolom E kan berekend worden.

9.8 Opstellen van de vergelijking wanneer de switch open is.

Als de switch open is gedurende de tijd $t = \pi$ tot $t = 2\pi$ ziet het blokschema eruit als in **fig. 6**

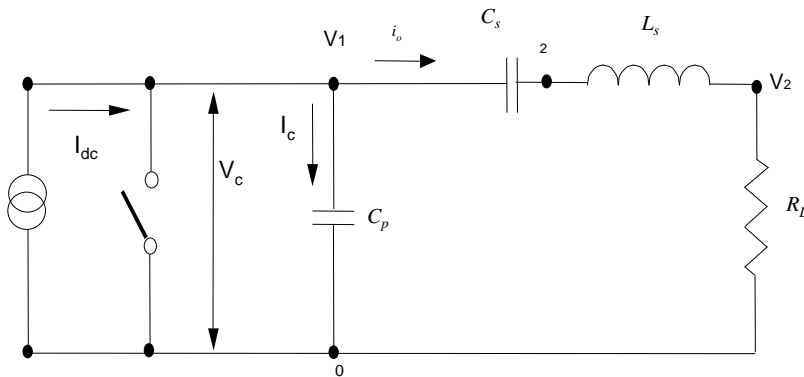


fig. 6

Laten we ook hier met de algemeen regels onze matrix opstellen. Om de schrijfwijze eens beetje overzichtelijk te houden bepalen we $Z = \frac{1}{C_s \cdot p} + L_s \cdot p$ en om de schrijfwijze duidelijk te houden en geen verwarring te maken met de operator p vervangen we C_p door C_v . Dan bekommen we

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_s \cdot p + \frac{1}{Z} & \dots & \frac{-1}{Z} \\ \frac{-1}{Z} & \dots & \dots & \frac{1}{Z} + \frac{1}{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{dc} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9.8.1)$$

Zonder veel problemen zien we ook dat $V_1 = \frac{i_c}{C_v \cdot p} = \frac{I_{dc} - i_o}{C_v \cdot p}$ maar ook, en dit is van groot belang, dat op het ogenblik $t = \pi$ er een spanning over de serie capaciteit staat welke gelijk is aan $V_{cs}(\pi)$, maar dat ook over de inductantie een spanning staat welke gelijk is aan $-L_s \cdot p \cdot i(\pi)$, Ook weten we dat V_1 op het tijdstip $t = \pi$ nog steeds 0 Volt bedraagt. (immers ze was gedurende heel de periode tussen $t = 0 \Rightarrow \pi$ kortgesloten door de switch.) Dus de spanning op het tijdstip $t = \pi$ is dan $V_1 = 0 - V_{cs}(\pi) + L_s \cdot p \cdot i_o(\pi)$.

Uit de matrix, indien we de onderste regel uitwerken, zien we dat $\frac{-V_1 + V_2}{Z} + \frac{V_2}{R} = 0$ en wetende dat

$$V_2 = R \cdot i_o \text{ volgt dat } V_1 = i_o(R + Z) \text{ Vullen we nu } V_1 = \frac{i_c}{C_v \cdot p} = \frac{I_{dc} - i_o}{C_v \cdot p} \text{ in alsook de beginvoorwaarde}$$

$$V_1 = 0 - V_{cs}(\pi) + L_s \cdot p \cdot i_o(0) \text{ dan bekomen we}$$

$$-V_{cs}(\pi) + L_s \cdot p \cdot i_o(\pi) + \frac{I_{dc} - i_o}{C_v \cdot p} = i_o(R + Z) \text{ en verder uitgewerkt}$$

$$[-V_{cs}(\pi) + L_s \cdot p \cdot i_o(\pi)]C_v \cdot p + I_{dc} = i_o(R + Z) \cdot C_v \cdot p + i_o$$

$$[-V_{cs}(\pi) + L_s \cdot p \cdot i_o(\pi)]C_v \cdot p + I_{dc} = i_o \left(1 + R + \frac{1}{C_s \cdot p} + L_s \cdot p\right) \cdot C_v \cdot p$$

$$[-V_{cs}(\pi) + L_s \cdot p \cdot i_o(\pi)]C_v \cdot p + I_{dc} = i_o \left(1 + R \cdot C_v \cdot p + \frac{C_v \cdot p}{C_s \cdot p} + L_s \cdot p \cdot C_v \cdot p\right)$$

$$[-V_{cs}(\pi) + L_s \cdot p \cdot i_o(\pi)]C_v \cdot p + I_{dc} = i_o \left(\frac{C_s + C_v}{C_s} + R \cdot C_v \cdot p + L_s \cdot p \cdot C_v \cdot p\right)$$

$$[-V_{cs}(\pi) + L_s \cdot p \cdot i_o(\pi)]C_v \cdot p + I_{dc} = i_o \cdot L_s \cdot C_v \cdot \left(\frac{C_s + C_v}{C_s \cdot L_s \cdot C_v} + \frac{R}{L_s} \cdot p + p^2\right)$$

Hierin zien we dat $\frac{C_s + C_v}{C_s \cdot C_v} = \frac{1}{C_T}$ de serie schakeling van 2 capaciteiten.

En dit geeft uiteindelijk

$$\frac{i_o}{I_{dc}} = \frac{\frac{1}{L_s \cdot C_v} + \frac{-V_{cs}(\pi)}{L_s \cdot I_{dc}} \cdot p + \frac{i_o(\pi)}{I_{dc}} \cdot p^2}{\left(\frac{1}{C_T \cdot L_s} + \frac{R}{L_s} \cdot p + 1 \cdot p^2\right)} \quad (9.8.2)$$

Men ziet duidelijk dat deze uitdrukking van de vorm is

$$a_0 = \frac{1}{L_s \cdot C_v} \quad b_0 = \frac{1}{C_T \cdot L_s}$$

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{a_0 + X(\pi) \cdot p + X(\pi) \cdot p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2} \quad \text{waarin } X(\pi) \cdot p = \frac{-V_{cs}(\pi)}{L_s \cdot I_{dc}} \cdot p \quad \text{en } b_1 = \frac{R}{L_s}$$

$$X(\pi) \cdot p^2 = \frac{-i_o(\pi)}{I_{dc}} \cdot p^2 \quad b_2 = 1$$

Hier ook moeten dus de drie registers ingevuld worden. En om de operator te elimineren moet $X(\pi)$ in het eerste register komen, $X(\pi) \cdot p$ in het tweede en uiteindelijk $X(\pi) \cdot p^2$ in het derde register.

Noteer dat, volgens de algemene vergelijking, welke we direct kunnen samenstellen uit het algemeen blokschema, $X(\pi) \cdot p^2 = (e_i - b_0 \cdot X(\pi) - b_1 \cdot X(\pi) \cdot p) \cdot \frac{1}{b_2}$ en als dusdanig we $X(\pi) \cdot p^2$ niet moeten

invullen maar wel de formule.

Wat de inhoud van deze registers zijn weten we niet maar ze moeten wel een waarde hebben zodat er een continuïteit bestaat met de vorige functie.

Het resultaat van deze invulling en het verloop van de stroom i_o in functie van I_{dc} is weergegeven in de hierna afgebeelde figuren uit het EXEL programma.

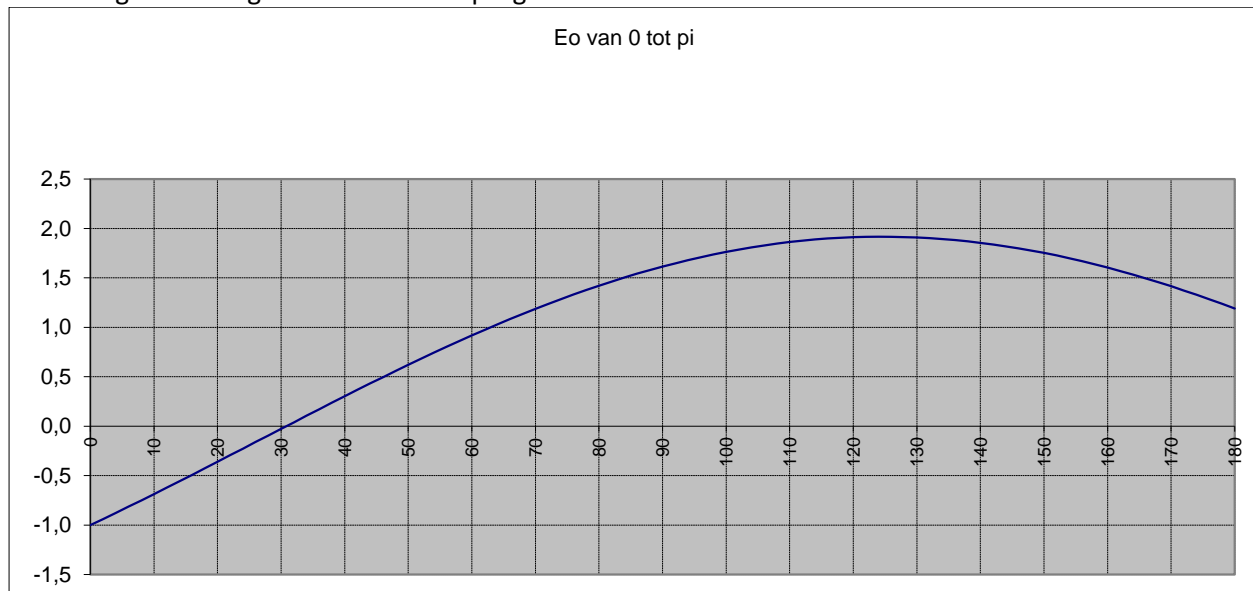


fig. 7

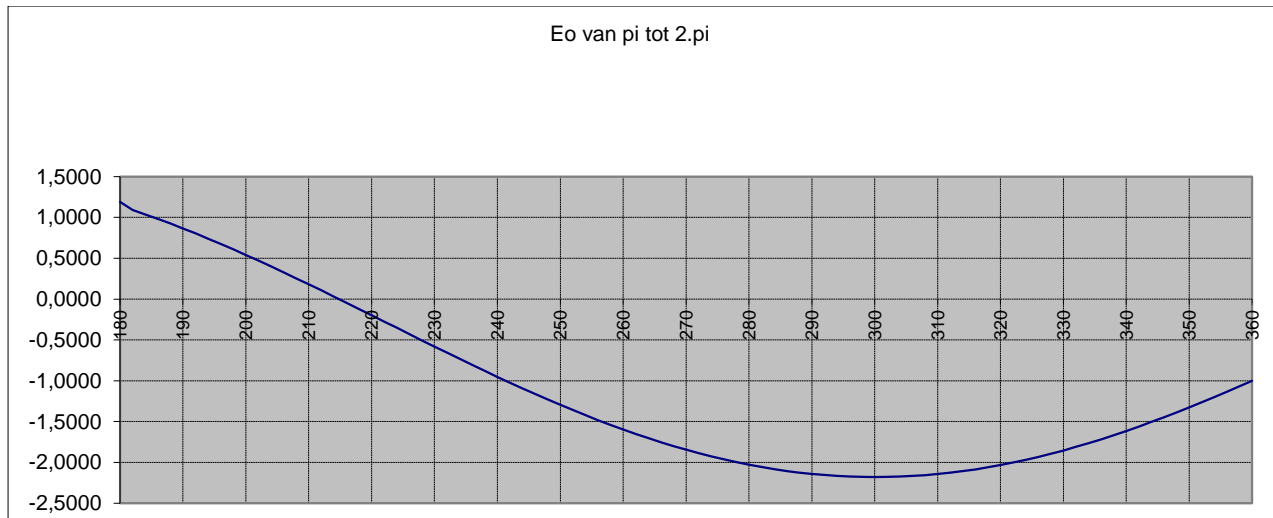


fig. 8

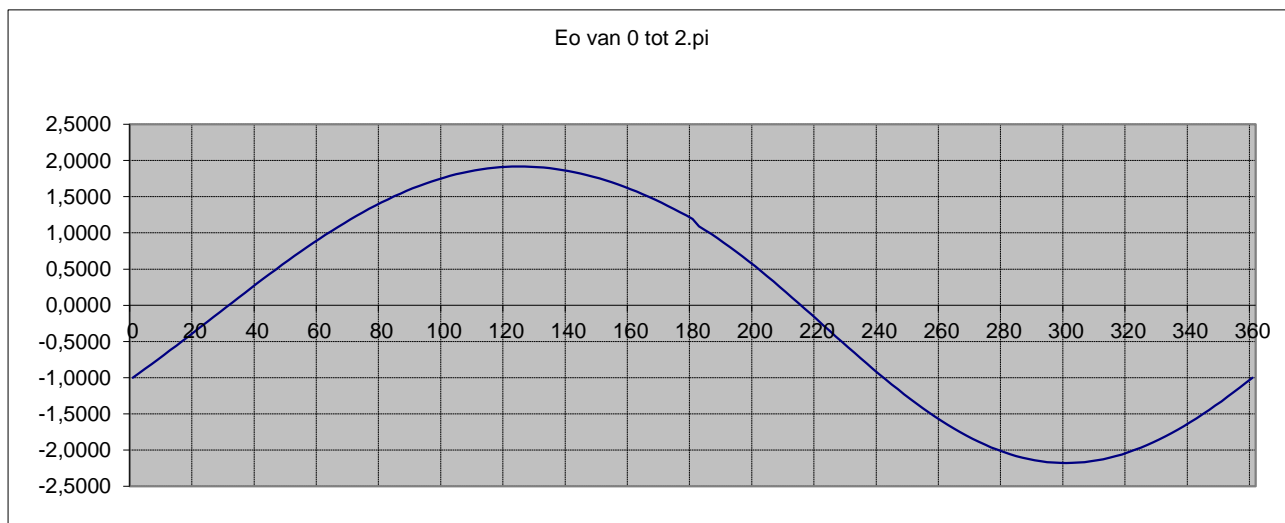


fig. 9

9.9 Splitsing van hogere order systemen in lagere order systemen

Dit zou een paragraaf moeten zijn van “Wat heb ik op school geleerd”. Maar ik ben vast overtuigd dat weinigen dit ooit op school geleerd hebben.

Het blokschema van **fig. 5** kan uitgebreid worden tot hogere order systemen, maar om praktische redenen, voornamelijk om ellenlange berekeningen te vermijden, maar ook om afrondingsfouten te vermijden, zal men in het algemeen zich beperken tot systemen van de eerste of tweede orde. Men heeft immers ondervonden dat hoe hoger de orde hoe nauwkeuriger de parameters moeten zijn. Wanneer men zich beperkt tot maximaal tweede order systemen valt de nauwkeurigheid nogal mee en zijn getallen tot twee cijfers na de komma meer dan voldoende.

Maar hoe doet men dat?

Om dit aan te tonen gaan we eerst eens het tegenovergestelde doen, namelijk twee eerste order systemen optellen, wat aanleiding geeft tot het bekomen van een tweede order systeem.

Het algemene blokschema van een regelsysteem zou er kunnen uitzien zoals **fig. 10**

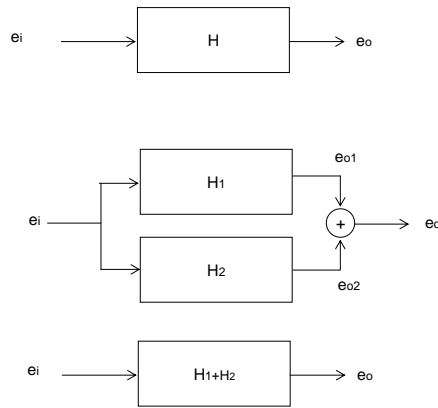


fig. 10

Dit blokschema is als volgt te lezen: $e_i \cdot H = e_o$ en hieruit volgt dat $\frac{e_o}{e_i} = H$ waarin H de overdrachtsfunctie voorstelt.

Zo ook is in de volgende figuur $\frac{e_{o1}}{e_i} = H_1$ en $\frac{e_{o2}}{e_i} = H_2$ en tellen we deze beiden op dan bekommen we dat

$$e_{o1} + e_{o2} = e_o \text{ en delen we alles door } e_i \text{ dan bekommen we } \frac{e_{o1}}{e_i} + \frac{e_{o2}}{e_i} = \frac{e_o}{e_i} \text{ of } \frac{e_o}{e_i} = H_1 + H_2$$

Laten we nu zo algemeen mogelijk twee eerste order tranfertfuncties optellen. De meest algemene vorm

van een eerste orde functie is $H_1 = \frac{a_0 + a_1 \cdot p}{b_0 + b_1 \cdot p}$ hierin zijn a_0, a_1, b_0, b_1 willekeurige getallen die ook 0

kunnen zijn maar niet beiden tegelijkertijd. Op analoge wijze kunnen we ook een andere tranfertfunctie

definiëren als $H_2 = \frac{c_0 + c_1 \cdot p}{d_0 + d_1 \cdot p}$ en tellen we nu beiden op zodat $\frac{e_o}{e_i} = H_1 + H_2$ of ingevuld dan

$$\text{bekomen we } \frac{e_o}{e_i} = \frac{a_0 + a_1 \cdot p}{b_0 + b_1 \cdot p} + \frac{c_0 + c_1 \cdot p}{d_0 + d_1 \cdot p} = \frac{(a_0 + a_1 \cdot p)(d_0 + d_1 \cdot p) + (c_0 + c_1 \cdot p)(b_0 + b_1 \cdot p)}{(b_0 + b_1 \cdot p)(d_0 + d_1 \cdot p)} \text{ of}$$

uitgewerkt is

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{a_0 \cdot d_0 + (a_0 \cdot d_1 + a_1 \cdot d_0) \cdot p + a_1 \cdot d_1 \cdot p^2 + c_0 \cdot b_0 + (b_0 \cdot c_1 + b_1 \cdot c_0) \cdot p + c_1 \cdot b_1 \cdot p^2}{b_0 \cdot d_0 + (b_0 \cdot d_1 + b_1 \cdot d_0) \cdot p + b_1 \cdot d_1 \cdot p^2}$$

Men ziet duidelijk dat deze vergelijking van de vorm is $\frac{e_o}{e_i} = \frac{a_0' + a_1' \cdot p + a_2' \cdot p^2}{b_0' + b_1' \cdot p + b_2' \cdot p^2}$ waarin

$$a_0' = a_0 \cdot d_0 + c_0 \cdot b_0 \text{ en } a_1' = a_0 \cdot d_1 + a_1 \cdot d_0 + b_0 \cdot c_1 + b_1 \cdot c_0 \text{ en } a_2' = a_1 \cdot d_1 + c_1 \cdot b_1 \text{ en zo ook is}$$

$$b_0' = b_0 \cdot d_0 \text{ en } b_1' = b_0 \cdot d_1 + b_1 \cdot d_0 \text{ en } b_2' = b_1 \cdot d_1$$

Terwijl de totale vergelijking een vergelijking van de tweede orde is geworden.

Als dit zo is dan moet het tegenovergestelde ook mogelijk zijn namelijk

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{a_0 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2} = \frac{a_0' + a_1' \cdot p}{b_0' + b_1' \cdot p} + \frac{c_0' + c_1' \cdot p}{d_0' + d_1' \cdot p}$$

Deze laatste actie uitvoeren noemt men fractioneren van een hogere orde vergelijking in een lagere orde vergelijking.

Nemen we een eenvoudig voorbeeld. Weze $\frac{e_o}{e_i} = \frac{3}{2+3 \cdot p + p^2}$ en dit willen we splitsen in een som van

twee eerste orde vergelijkingen. Vooreerst merken we op dat $2+3 \cdot p + p^2 = (1+p)(2+p)$ en we

wensen $\frac{e_o}{e_i}$ te splitsen in $\frac{e_o}{e_i} = \frac{3}{2+3 \cdot p + p^2} = \frac{A}{1+p} + \frac{B}{2+p}$ Hierin zijn A en B twee waarden die we

moeten zoeken. Als we de twee delen van de vergelijking op dezelfde noemer brengen dan volgt dat

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{3}{2+3 \cdot p + p^2} = \frac{A \cdot (2+p) + B \cdot (1+p)}{2+3 \cdot p + p^2} = \frac{2 \cdot A + B + (A+B) \cdot p}{2+3 \cdot p + p^2} \text{ of } 3+0 \cdot p = 2 \cdot A + B + (A+B) \cdot p$$

Dit kan alleen maar waar zijn $3 = 2 \cdot A + B$ en $(A+B) \cdot p = 0 \cdot p$ of $A+B=0$ En hieruit volgt dan dat

$$A = -B \text{ en } 3 = 2 \cdot A + B = -2 \cdot B + B = -B \text{ of } B = -3 \text{ en dan volgt ook dat } A = 3$$

En onze tweede orde vergelijking wordt dan een som van twee eerste orde vergelijkingen namelijk

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{3}{2+3 \cdot p + p^2} = \frac{3}{1+p} - \frac{3}{2+p} \text{ en ons vraagstuk is opgelost. Voor derde order vergelijkingen is het}$$

iets ingewikkelder, maar op een soortgelijke wijze op te lossen. We zullen dit tegenkomen in de volgende paragraaf.

9.10 Opstellen van de vergelijking voor de spanning over de parallel capaciteit

Wanneer de switch open is zal de parallel capaciteit, C_v geladen worden. (om niet te verwarren met de operator p is de schrijfwijze $C_v \cdot p$ veel duidelijker dan $C_p \cdot p$, en daarom hier de naamverandering in C_v).

Vertrekken we van de matrix zoals voorgesteld in (9.7.1) dan bekomen we indien we de tweede

vergelijking uitwerken $\frac{-V_1}{Z} + \frac{V_2}{Z} + \frac{V_2}{R} = 0$ (9.10.1) en met de wetenschap dat $\frac{V_2}{R} = i_o$, maar ook dat

$$i_o = I_{dc} - i_c \text{ en dat } V_1 = \frac{i_c}{C_v \cdot p} = \frac{I_{dc} - i_o}{C_v \cdot p}$$

zodat we nog slechts een vergelijking overblijft van V_1 in functie van I_{dc} en de componenten in het circuit.

Ook hier moeten we rekening mee houden met de begin voorwaarden, namelijk de spanning over de capaciteit C_s die we $V_{cs}(\pi)$ noemen en de spanning over de spoel L_s die we als $V_{ls} = -L_s \cdot i_o(\pi) \cdot p$ definiëren.

Met deze initiële voorwaarden erbij is in feite $\frac{V_1 - V_{cs}(\pi) + V_{ls}(\pi) - V_2}{Z} = i_o$,

Laten we om de algebra wat eenvoudiger te schrijven $V_{cs}(\pi) - V_{ls}(\pi) = V_I$ noemen, maar noteer dat de spanning $V_1 = \frac{i_c}{C_v \cdot p}$ natuurlijk hetzelfde blijft.

Al deze vergelijkingen inbrengen in (9.10.1) neemt nogal wat algebraïsche manipulatie met zich mee, maar moeilijk gaat ook

$$V_1 - V_{cs}(\pi) + V_{ls}(\pi) - V_2 = i_o \cdot Z$$

$$V_1 = V_I + V_2 + i_o \cdot Z$$

$$V_1 = V_I + i_o \cdot (R + Z)$$

$$V_1 = V_I + (I_{DC} - i_c) \cdot (R + Z)$$

$$V_1 = V_I + (I_{DC} - V_1 \cdot C_v \cdot p) \cdot (R + Z)$$

$$V_1 = V_I + (I_{DC} - V_1 \cdot C_v \cdot p) \cdot (R + Z)$$

$$V_1(1 + C_v \cdot p \cdot (R + Z)) = V_I + I_{DC} \cdot (R + Z)$$

$$V_1 = \frac{I_{DC} \cdot (R + Z)}{1 + C_v \cdot p \cdot (R + Z)} + \frac{V_I}{1 + C_v \cdot p \cdot (R + Z)} \text{ en voegen we hierin nog } Z = \frac{1}{C_s \cdot p} + L_s \cdot p \text{ dan bekomen}$$

$$\text{we } V_1 = \frac{I_{DC} \cdot (R \cdot C_s \cdot p + 1 + L_s \cdot C_s \cdot p^2)}{C_s \cdot p + C_v \cdot p \cdot (R \cdot C_s \cdot p + 1 + L_s \cdot C_s \cdot p^2)} + \frac{V_I \cdot C_s \cdot p}{C_s \cdot p + C_v \cdot p \cdot (R \cdot C_s \cdot p + 1 + L_s \cdot C_s \cdot p^2)}$$

$$V_1 = \frac{I_{DC} \cdot (R \cdot C_s \cdot p + 1 + L_s \cdot C_s \cdot p^2)}{C_s \cdot p + C_v \cdot p + C_v \cdot p \cdot (R \cdot C_s \cdot p + L_s \cdot C_s \cdot p^2)} + \frac{V_I \cdot C_s \cdot p}{C_s \cdot p + C_v \cdot p + C_v \cdot p \cdot (R \cdot C_s \cdot p + L_s \cdot C_s \cdot p^2)}$$

brenge we hierin $C_v \cdot p$ vooraan en delen we teller en noemer door $\frac{1}{L_s \cdot C_s}$ dan bekomen we

$$V_1 = \frac{I_{DC}}{C_v \cdot p} \left[\frac{(\frac{1}{C_s \cdot L_s} + \frac{R \cdot p}{L_s} + p^2)}{(\frac{C_s + C_v}{C_v \cdot C_s \cdot L_s} + \frac{R \cdot p}{L_s} + p^2)} + \frac{V_I \cdot \frac{C_s \cdot p}{C_s \cdot L_s}}{(\frac{C_s + C_v}{C_v \cdot C_s \cdot L_s} + \frac{R \cdot p}{L_s} + p^2)} \right] \text{ Nu is } \frac{C_v \cdot C_s}{C_v + C_s} = C_T \text{ de serieschakeling}$$

van twee capaciteiten. Vullen we nu ook $V_I = V_{cs}(\pi) - i_o(\pi) \cdot L_s \cdot p$ in dan bekomen we uiteindelijk

$$V_1 = \frac{I_{DC}}{C_v \cdot p} \left[\frac{(\frac{1}{C_s \cdot L_s} + \frac{R \cdot p}{L_s} + p^2)}{\frac{1}{C_T \cdot L_s} + \frac{R \cdot p}{L_s} + p^2} + \frac{\frac{V_{cs}(\pi) C_s \cdot p}{C_s \cdot L_s} - \frac{i_o(\pi) \cdot L_s \cdot C_s \cdot p^2}{C_s \cdot L_s}}{\frac{1}{C_T \cdot L_s} + \frac{R \cdot p}{L_s} + p^2} \right] \text{ en na een laatste}$$

vereenvoudiging

$$\frac{V_1}{I_{DC}} = \frac{1}{C_v \cdot p} \left[\frac{\left(\frac{1}{C_s \cdot L_s} + \frac{R \cdot p}{L_s} + p^2 \right) \frac{V_{cs}(\pi)p}{L_s} - i_o(\pi) \cdot p^2}{\frac{1}{C_T \cdot L_s} + \frac{R \cdot p}{L_s} + p^2} + \frac{V_{cs}(\pi)p}{L_s} - i_o(\pi) \cdot p^2 \right] \quad (9.10.2)$$

Deze formule is van de vorm

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{c_0}{p} \left[\frac{a_0 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2} + \frac{X(0)p - X(0) \cdot p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2} \right]$$

$$a_0 = \frac{1}{C_s \cdot L_s} \quad b_0 = \frac{1}{C_T \cdot L_s}$$

hierin is

$$a_1 = \frac{R}{L_s} \quad b_1 = \frac{R}{L_s}$$

$$a_2 = 1 \quad b_2 = 1$$

$$X(0) \cdot p = \frac{V_{cs}(\pi) \cdot p}{L_s}$$

$$X(0) \cdot p^2 = -i_o(\pi) \cdot p^2$$

Deze formule lijkt sterk op wat we reeds hierboven gezien hebben met als groot verschil dat het geheel vermenigvuldigd wordt met $\frac{c_0}{p} = \frac{1}{C_v \cdot p}$. Nu weten we dat de betekenis van $\frac{1}{p}$ de betekenis heeft van

$\int f(x)$ of omgezet in dit geval zou dit willen zeggen

$$\frac{e_o}{e_i} = c_0 \cdot \int \left[\frac{a_0 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2} + \frac{X(0)p - X(0) \cdot p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2} \right].$$
 Dit is een vrij lastige bewerking en past niet in

een canonische vorm en blokschema van regeltechniek. Maar er is een truc om hieruit te ontsnappen, namelijk we kunnen onze formule ontbinden in een som van producten, hetgeen men noemt het opdelen in partiële fracties. (Zie uitleg vorige paragraaf).

Er kan bewezen worden (zie hoofdstuk Laplace transformatie) dat

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{c_0}{p} \left[\frac{a_0 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2} \right] = \frac{A}{p} + \frac{B \cdot p + C}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2}$$
 Hierin zijn A, B en C drie constanten waar we de

waarde van moeten zoeken in functie van de parameters a_n , b_n en c_0 .

Met $a_2 = 1$ en $b_2 = 1$ wordt onze vergelijking al iets eenvoudiger of

$$\frac{c_0}{p} \left[\frac{a_0 + a_1 \cdot p + p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + p^2} \right] = \frac{A}{p} + \frac{B \cdot p + C}{b_0 + b_1 \cdot p + p^2}$$
 Met de tweede term op gelijke noemer te brengen

$$\text{bekomen we } \frac{c_0}{p} \left[\frac{a_0 + a_1 \cdot p + p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + p^2} \right] = \frac{A(b_0 + b_1 \cdot p + p^2) + B \cdot p^2 + C \cdot p}{p \cdot (b_0 + b_1 \cdot p + p^2)}$$
 en hieruit volgt dat

$$c_0 \cdot a_0 + c_0 \cdot a_1 \cdot p + c_0 \cdot p^2 = A b_0 + A b_1 \cdot p + A \cdot p^2 + B \cdot p^2 + C \cdot p$$

Deze vergelijking kan alleen waar zijn wanneer de coëfficiënten voor dezelfde machten gelijk zijn of voor de $p^0 = 1$ macht is $A b_0 = c_0 \cdot a_0$ en hieruit volgt dat

$$A = \frac{c_0 \cdot a_0}{b_0} \quad (9.10.3)$$

zo ook is voor p^2

$c_0 \cdot p^2 = A \cdot p^2 + B \cdot p^2$ hieruit volgt dat $B = A - c_0$ en mits invulling van A wordt

$$B = \frac{c_0 \cdot (a_0 - b_0)}{b_0} \quad (9.10.4)$$

zo ook is voor $p^1 = p$

$c_0 \cdot a_1 \cdot p = A \cdot b_1 \cdot p + C \cdot p$ en met invulling van A en B vinden we dat

$$C = \frac{c_0 \cdot (b_0 \cdot a_1 - a_0 \cdot b_1)}{b_0} \quad (9.10.5)$$

zodat de nieuwe uitdrukking wordt

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{A}{p} + \frac{B \cdot p + C}{b_0 + b_1 \cdot p + p^2} + INIT = \frac{c_0 \cdot a_0}{b_0 \cdot p} + \frac{\frac{c_0 \cdot (a_0 - b_0)}{b_0} \cdot p + \frac{c_0 \cdot (b_0 \cdot a_1 - b_1 \cdot a_0)}{b_0}}{b_0 + b_1 \cdot p + p^2} + INIT$$

Indien we nu terug de componenten invullen dan zien we dat

$$A = \frac{c_0 \cdot a_0}{b_0} = \frac{C_T}{C_s \cdot C_v} \text{ en dat } B = \frac{c_0 \cdot (a_0 - b_0)}{b_0} = \frac{C_T}{C_s \cdot C_v} \text{ en } C = \frac{c_0 \cdot (b_0 \cdot a_1 - a_0 \cdot b_1)}{b_0} = -\frac{R}{L_s} \cdot \frac{C_T}{C_s \cdot C_v}$$

We moeten nog rekening houden met $INIT$ maar als we de algemene vergelijking nog eens bekijken dan zien

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{c_0}{p} \left[\frac{a_0 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2} + \frac{X(0)p - X(0) \cdot p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2} \right] = \frac{c_0}{p} \left[\frac{a_0 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2} \right] + \frac{c_0}{p} \left[\frac{X(0)p - X(0) \cdot p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2} \right]$$

Voor het eerst gedeelte hebben we een splitsing doorgevoerd maar voor het tweede gedeelte hoeft dit niet omdat de p in teller en noemer kan gedeeld worden zodat de totale vergelijking wordt

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{A}{p} + \frac{B \cdot p + C}{b_0 + b_1 \cdot p + p^2} + \frac{c_0 \cdot [X(0) - X(0) \cdot p]}{b_0 + b_1 \cdot p + p^2}$$

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{c_0 \cdot a_0}{b_0 \cdot p} + \frac{\frac{c_0 \cdot (a_0 - b_0)}{b_0} \cdot p + \frac{c_0 \cdot (b_0 \cdot a_1 - b_1 \cdot a_0)}{b_0}}{b_0 + b_1 \cdot p + p^2} + \frac{c_0 \cdot [X(0) - X(0) \cdot p]}{b_0 + b_1 \cdot p + p^2}$$

Alle parameters ingevuld krijgen we uiteindelijk

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{1}{C_v} \left[\frac{C_T}{C_s \cdot p} + \frac{\frac{C_T}{C_s} \cdot p - \frac{R \cdot C_T}{L_s \cdot C_s}}{\frac{1}{C_T \cdot L_s} + \frac{R}{L_s} \cdot p + p^2} + \frac{\left[\frac{V_{cs}(\pi)}{L_s} + i_0(\pi) \cdot p \right]}{\frac{1}{C_T \cdot L_s} + \frac{R}{L_s} \cdot p + p^2} \right] \quad (9.10.6)$$

De genormaliseerde stroom I_{o1} en I_{o2} in functie van de tijd zijn afzonderlijk afgebeeld in Fout!

Verwijzingsbron niet gevonden. en

Fout! Verwijzingsbron niet gevonden. en de samenstelling van beiden over de ganse periode is te zien in volgende **fig. 13**

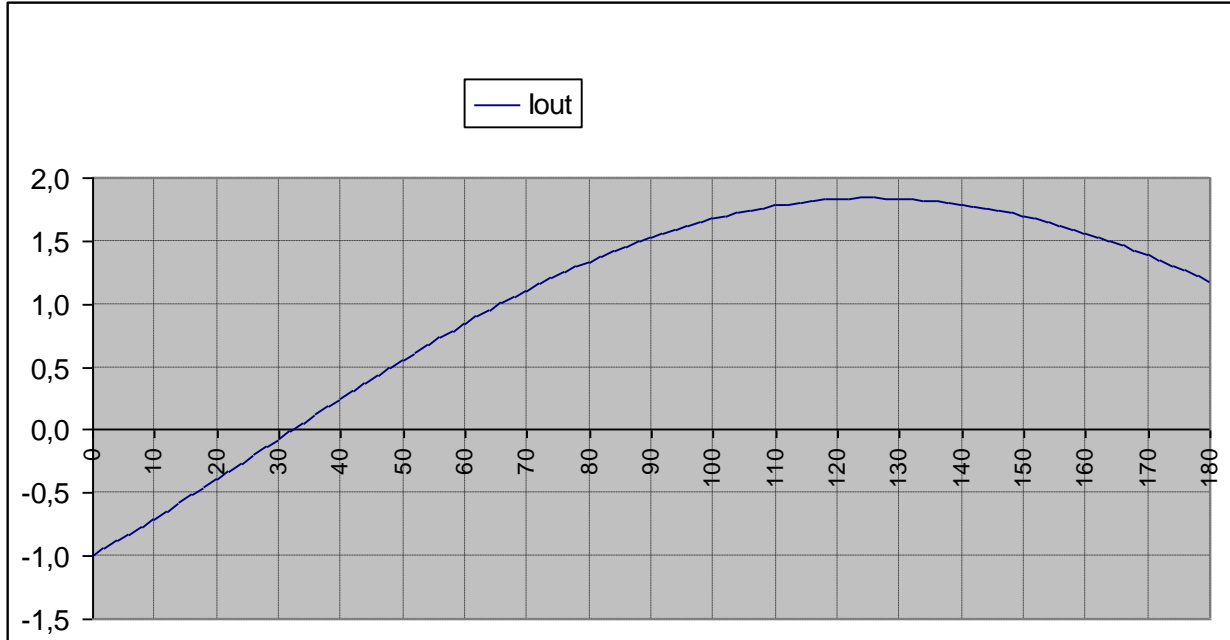


fig. 11

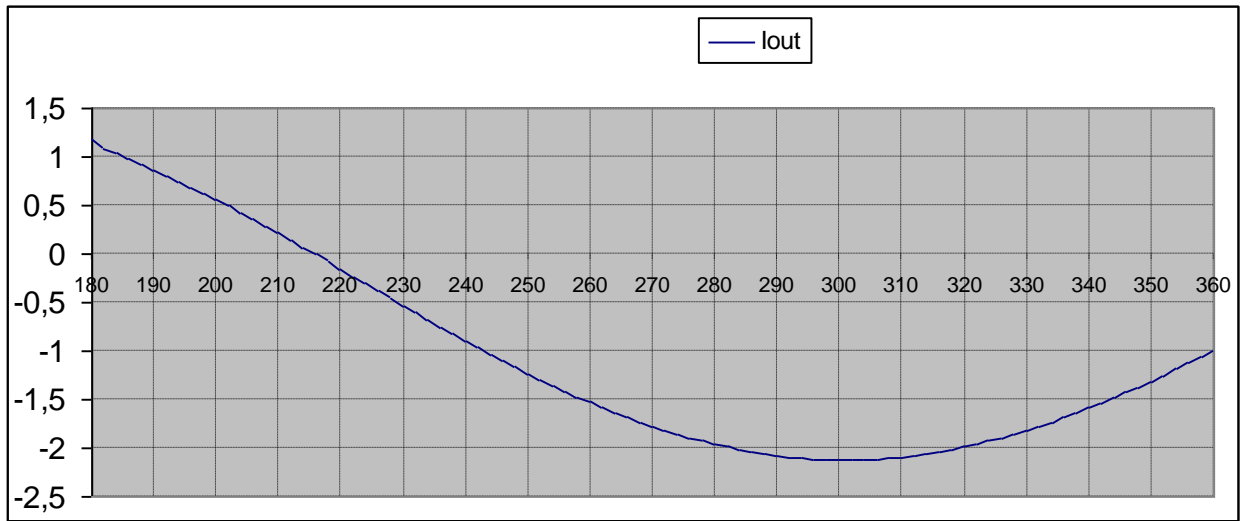


fig. 12

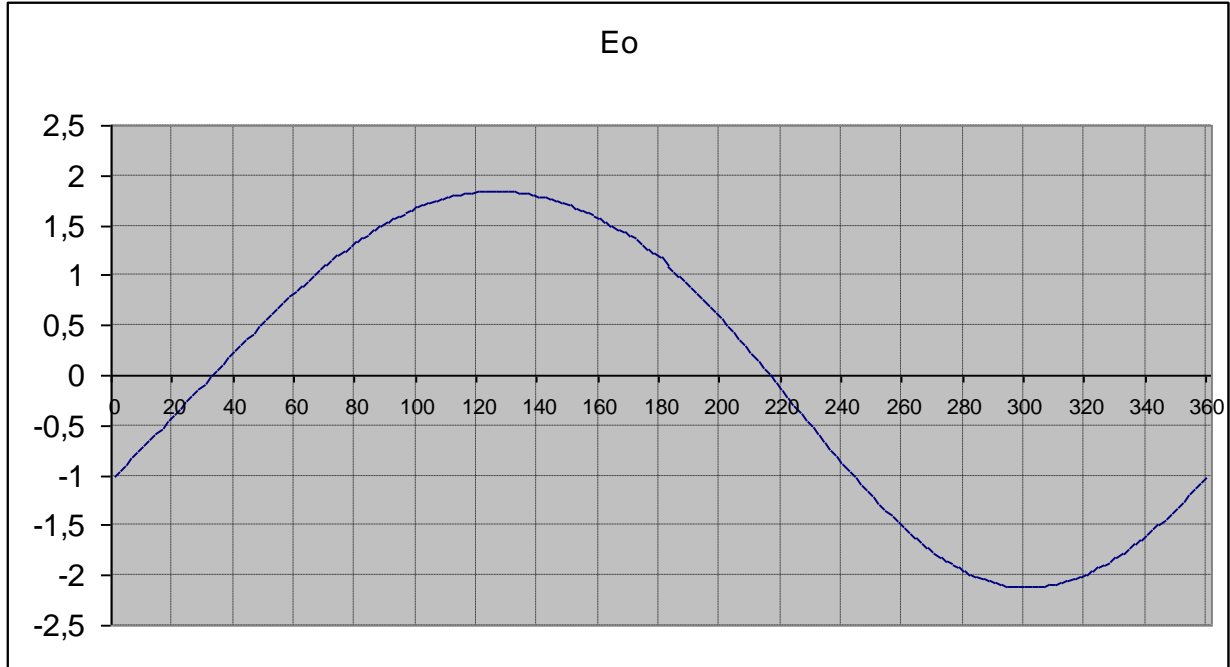


fig. 13

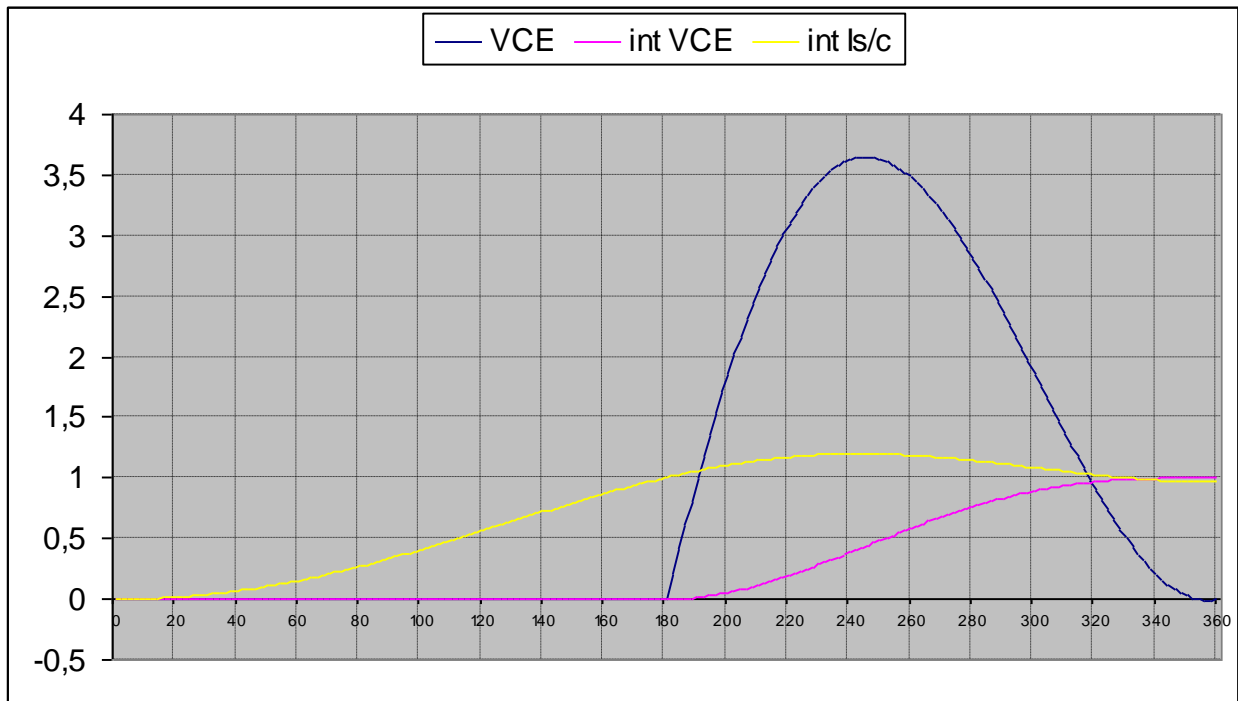


fig. 14

Integreren van V_{cp} en I_o

Ook hier moeten we om genoeg onafhankelijke vergelijkingen te hebben opdat SOLVER een oplossing zou kunnen vinden voor alle parameters C_s, L_s, R_L, C_v alsook $V_{cs}(0), I_0(0)$ moeten we er nog twee

onafhankelijke vergelijkingen bijkomen namelijk $V_{cc} = \frac{1}{2\pi} \int V_{cv}$ en $I_{dc} = \frac{1}{2\pi} \int (I_c + I_s)$.

Om de berekeningen eenvoudig te houden, zullen we deze integralen numeriek oplossen met de trapezium regel, zoals we dit ook in de vorige hoofdstukken gedaan hebben. Noteer het is niet onmogelijk ook deze integralen wiskundig uit te werken. (wat ik ooit persoonlijk als oefening ook gedaan heb) en dan komen deze bewerkingen vrij goed overeen met de resultaten zoals ze beschreven zijn in een artikel van "IEEE Transactions on circuits and systems, vol cas-34,no.2, february 1987 EXACT ANALYSIS OF CLASS E TUNED POWER AMPLIFIER AT ANY Q AND SWITCH DUTY CYCLE"

Het is zelfs dit artikel dat me aangezet heeft om te zoeken naar eenvoudiger oplossingen dan de nogal ingewikkelde formules die ten toon gespreid zijn in dit artikel.

Het resultaat op EXEL sheet is weergegeven in **fig. 14**